CUADERNILLO 6

Nueva carpeta de Matemática VI

Ruth Schaposchnik (coord.)
Carlos Abdala - Luis Garaventa - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

6. Probabilidades 3
Revisión inicial 4
Combinatoria 5
Diagrama de árbol y de casilleros 5
Permutaciones y variaciones 6
Combinaciones 7
Probabilidades de sucesos 8
Probabilidad condicional 12
Independencia entre sucesos 13
Variable aleatoria 14
Variable aleatoria discreta 14
Media, varianza y desvío estándar de una variable aleatoria discreta 15
Distribución binomial 17
En el mundo real 19
Muestreo de aceptación de lotes 19
Sobre la teoría de la ruina de los jugadores 20
Más actividades 21
Autoevaluación 22
Actividades integradoras 23

AIQUE

Este CUADERNILLO 6 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática VI.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Inés Gugliotella

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Leda Rensin - Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Silvana López

ILUSTRACIONES
Diego Molina
Estudio DOBLEVUELO (aperturas)

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupí y de Claudia García en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
I.S.B.N. 978-987-06-0078-7
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Turano, Claudio
Nueva carpeta de matemática VI / Claudio Turano ; Carlos Abdala ; Luis Garaventa ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
176 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0078-7

1. Matemática. I. Abdala, Carlos II. Garaventa, Luis III. Schaposchnik, Ruth, coord. IV. Título
CDD 372.7

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Esta edición se terminó de imprimir en febrero de 2007 en Latingráfica. Rocamora 4161, Ciudad de Buenos Aires.

6 PROBABILIDADES

Si bien es cierto que la teoría de probabilidades surgió de los juegos de azar, en la actualidad tiene variadas aplicaciones.

Para calcular el tamaño de una muestra en un control de calidad, para averiguar el error de estimación en una encuesta, para verificar si las variables que intervienen en una tabla de doble entrada dependen una de otra, para probar si un tratamiento médico –que fue exitoso para una muestra– se puede aplicar en el resto de los que padecen la enfermedad, debemos aplicar los conceptos y los métodos de la teoría de probabilidades.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 La tabla muestra la distribución por sexo y por curso de los alumnos de Polimodal de una escuela.

	Polimodal 1	Polimodal 2	Polimodal 3
Varones	30	28	27
Mujeres	20	17	25

a) ¿Cuál es la proporción de varones?

b) ¿Cuál es la proporción de alumnos de Polimodal 3?

c) ¿Qué porcentaje de los varones está cursando en Polimodal 2?

d) Entre las mujeres, ¿qué porcentaje está en Polimodal 1?

e) ¿Cuál es la proporción de alumnos que son mujeres y cursan en Polimodal 2?

f) ¿Qué porcentaje de los alumnos de Polimodal 1 son mujeres?

2 En un programa radial se regalan, los días viernes, entradas gratuitas para espectáculos del fin de semana. Para acceder al paquete de regalos, los oyentes llaman a la radio y responden a 5 preguntas que les hace el conductor. Entre los que responden bien a las 5 preguntas, se realiza un ping-pong de preguntas al final del programa y el ganador se lleva todos los premios. Los datos que siguen corresponden a la cantidad de respuestas acertadas por los 8 participantes de un viernes.

3 2 4 1 5 4 5 3

a) Calculen el promedio y el desvío estándar de la cantidad de preguntas acertadas.

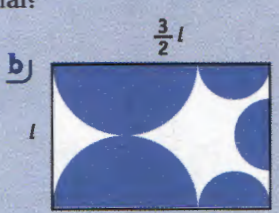
b) ¿Qué proporción de participantes respondió correctamente a más de 3 preguntas?

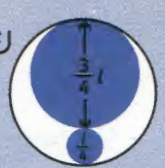
c) Hallen la máxima cantidad de respuestas acertadas por el 75% de los participantes peor calificados.

d) ¿Qué porcentaje de participantes no llegó a la final?

3 Calculen la proporción de color azul en las siguientes figuras:

a)

b) 

c) 

4 Indiquen qué gráficos representan a cada una de las siguientes expresiones coloquiales. (Cada expresión se puede corresponder con más de una gráfica).

a) Al menos dos de las figuras son blancas.

b) A lo sumo una figura es triángulo.

c) Exactamente dos círculos son negros.

d) Como mínimo dos figuras son círculos.

e) Algún cuadrado es azul.

f) Ningún triángulo es azul.

I.

III.

II.

IV.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Combinatoria

Diagramas de árbol y de casilleros

5 Consideren sólo los dígitos del 1 al 5 para responder a las preguntas.

a) ¿Cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar?

b) ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar?

6 ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse 4 personas en un colectivo que tiene 8 asientos libres?

7 ¿Cuántas "palabras" (con o sin sentido) de 4 letras pueden formarse con todas las letras de la palabra CUBO?

8 Consideren las "palabras" (con o sin sentido) que se pueden formar con todas las letras de la palabra OSTRA.

a) ¿Cuántas pueden formarse?

b) ¿Cuántas de ellas comienzan y terminan con vocal?

c) ¿Cuántas tienen una vocal en el medio?

d) ¿Cuántas terminan con S?

9 En la carrera final de la prueba de 100 metros llanos de una escuela intervienen 7 alumnos.

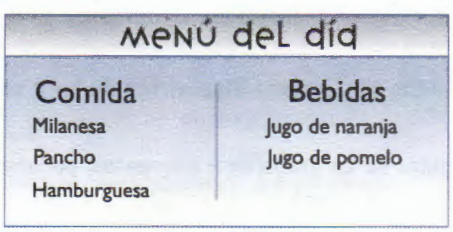
a) ¿De cuántas formas distintas puede resultar la carrera?

b) ¿En cuántas de ellas Gustavo llega primero?

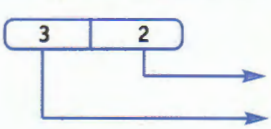
c) ¿En cuántas de ellas Gustavo llega primero y Matías, último?

Para observar

La ilustración muestra las posibilidades de almuerzo de los alumnos en el comedor de una escuela. Las distintas formas en que un alumno puede elegir el almuerzo se pueden esquematizar mediante un diagrama de árbol.



Si solamente quisiéramos contar la cantidad de almuerzos distintos que puede armar un alumno con el menú, podemos utilizar un diagrama de casilleros, de la siguiente manera:



Cantidad de almuerzos = 3 . 2 = 6

Naranja o pomelo.

Milanesa, pancho o hamburguesa.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Permutaciones y variaciones

10 Luego de un amistoso de voleibol, los jugadores posan para una foto.

a) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse los 6 jugadores de cada equipo?

b) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse todos los jugadores en línea para la foto?

c) ¿Y si posan los de un equipo de pie y los del otro, en cuclillas?

11 Consideren los dígitos del 1 al 7.

a) ¿Cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar?

b) ¿Cuántos son pares?

c) ¿Cuántos son mayores que 3000?

d) ¿Cuántos son menores que 4200?

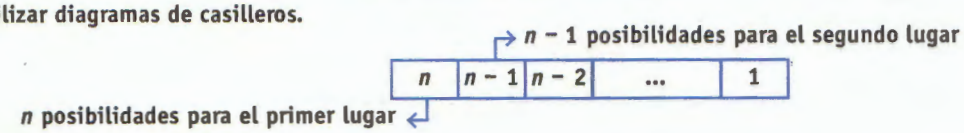
12 Inés y Marcelo se conocen a la entrada de una fiesta de casamiento. Al presentarse, en la recepción, descubren que sus lugares coinciden en la misma mesa. Si la mesa es circular y tiene 8 lugares:

a) ¿De cuántas formas distintas se pueden disponer los comensales?

b) ¿En cuántas de ellas están uno al lado del otro?

Para leer y recordar

- Una *permutación* de un número n de objetos, P_n, es una disposición de esos objetos en un cierto orden.
  Para contar la cantidad de permutaciones distintas que se pueden formar con todos los n elementos de un grupo, se puede seguir alguno de los siguientes procedimientos:
  - Utilizar diagramas de casilleros.

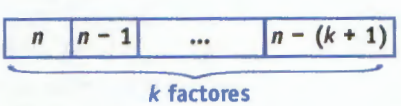


  - Utilizar la fórmula $P_n = n!$
    $n!$ se lee "factorial del número n" y se calcula mediante el producto $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots \cdot 1$.
  - Con la calculadora científica, se utiliza la tecla [x!].

  Ejemplo:
  La cantidad de formas distintas en que pueden ordenar 5 libros en un estante puede calcularse así:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ formas distintas.}$$

- Una *variación* de k elementos elegidos de un grupo de n, $V_{n;k}$, es una disposición de los k elementos seleccionados en un cierto orden.
  Para contar todas las variaciones de k elementos elegidos de un grupo de n elementos, podemos seguir alguno de estos procedimientos:
  - Utilizar el diagrama de casilleros.



  - Aplicar la fórmula $V_{n;k} = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

  Ejemplo:
  La cantidad de formas en que se puede distribuir 3 premios distintos entre 7 personas se puede calcular con $V_{n;k} = \dfrac{7!}{(7-3)!} = \dfrac{5040}{24} = 210$.
  - Con una calculadora científica que incluya la tecla [nPr], se oprime la siguiente secuencia: [7] [nPr] [3] [=]

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Combinaciones

13 ¿De cuántas formas distintas se puede seleccionar una comisión de 4 alumnos de un curso de 25?

14 Jésica va de compras a una liquidación de remeras en la que venden 3 por $10. Si hay 7 modelos distintos, ¿de cuántas formas diferentes puede seleccionar las 3 remeras?

15 En una inmobiliaria hay diez empleados y se organizan guardias de tres personas para los días domingo, en forma rotativa, de modo que sea equitativo para todos los empleados.
Un domingo coincidieron Esteban, Gonzalo y Cecilia, y se hicieron muy amigos. ¿Dentro de cuántos domingos volverán a coincidir en la guardia?

16 Una empresa de venta de indumentaria decidió, por estrategia comercial, cerrar un gran local en un *shopping* y abrir 3 en distintos puntos de la misma ciudad. Para ello distribuirá a sus 20 empleados en 3 grupos: uno de 7 empleados, otro de 8 y el tercero con los empleados restantes. ¿De cuántas formas distintas puede efectuarse la distribución?

17 Un grupo de amigos, 6 varones y 7 mujeres, se reúnen todos los lunes para cenar juntos. En la última reunión decidieron juntarse de a 5 personas a partir de la semana siguiente y, para ello, calcularon todos los grupos que podían conformar.

a) ¿Cuántos están integrados por 2 varones y 3 mujeres?

b) ¿En cuántos no hay varones?

c) ¿En cuántos sólo hay varones?

d) ¿Cuántos están conformados por personas del mismo sexo?

e) ¿En cuántos hay al menos una mujer?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Para leer y recordar

- **Una *combinación* es una selección de objetos sin considerar el orden. Una selección de *k* objetos en un grupo de *n* distintos se llama *combinación de* n *elementos tomados de a* k. Para contar todas las combinaciones de *n* elementos tomados de a *k*, podemos seguir alguno de los siguientes procedimientos:**
- **Aplicar el cociente.**

$$\text{Grupos no ordenados de } k \text{ elementos} \leftarrow C_{n;k} = \frac{V_{n;k} \rightarrow \text{Grupos ordenados de } k \text{ elementos}}{P_k \rightarrow \text{Todos los ordenamientos de } k \text{ elementos}}$$

- **Usar el *número combinatorio*** $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Ejemplo:

Juan prepara su bolso para irse un fin de semana de campamento. Va a llevar 3 remeras y en el placard tiene 8 disponibles para empacar. La cantidad de grupos distintos de 3 remeras que puede llevar se puede calcular mediante $C_{8;3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{40\,320}{720} = 56$.

- **Con una calculadora científica que incluya la tecla** nCr **, se oprime la siguiente secuencia de teclas:**

8 nCr 3 =

Probabilidades de sucesos

Para leer y recordar

- *Experimento aleatorio* es aquel en el que, a pesar de conocer el conjunto de los resultados posibles, no se puede predecir el resultado.

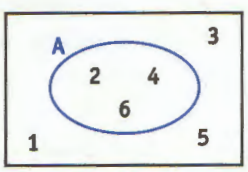
Ejemplo:

"Arrojar un dado y ver si cae" no es un experimento aleatorio, porque al arrojar el dado se tiene certeza de que caerá, pero "arrojar un dado y ver la cara que sale" es un experimento aleatorio, porque no podemos predecir el resultado, pero sí sabemos que saldrá un número entre 1 y 6.

- *Espacio muestral* es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- *Suceso* es un subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo:

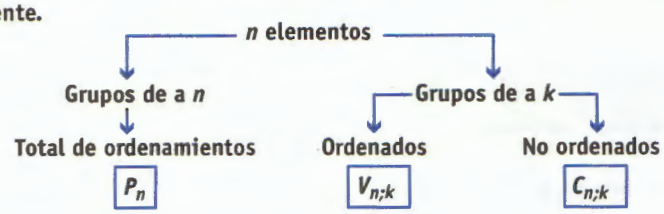
En el experimento aleatorio "arrojar un dado y ver el número que sale", el espacio muestral es E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} y un suceso asociado a ese espacio muestral puede ser "sale número par": A = {2, 4, 6}.



- Siempre que el espacio muestral sea un conjunto *finito* (es decir que se pueden contar sus elementos) y cada uno de los resultados posibles tenga la misma oportunidad de ocurrir, calculamos la probabilidad de un suceso mediante la siguiente fórmula:

$$P(A) = \text{Probabilidad}(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos posibles}}$$

Para contar tanto los casos favorables como los posibles, podemos usar las fórmulas de combinatoria, cuando sea conveniente.



18 Determinen cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios.

a) **I.** Extraer, sin mirar, de una caja un cartón entre 10 numerados del 0 al 9 y ver el número que sale.
II. Extraer, sin mirar, un caramelo entre 10 caramelos de menta y observar de qué sabor es.
III. Tirar dos monedas y ver si salen cara o ceca.
IV. Medir la longitud de un objeto (en cm).

b) Para aquellos que son experimentos aleatorios, definan el espacio muestral y escriban al menos 3 sucesos posibles asociados con él.

19 Se saca una carta de una baraja española.

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un as?

b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un oro?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

20 Victoria tiene 7 CD de rock y 5 de música tropical. Elige 3 al azar para poner en la compactera.

a) Completen el procedimiento para calcular la probabilidad de que los 3 CD sean de rock.

Casos posibles: todos los grupos de 3 CD que se pueden formar con los 12. .....

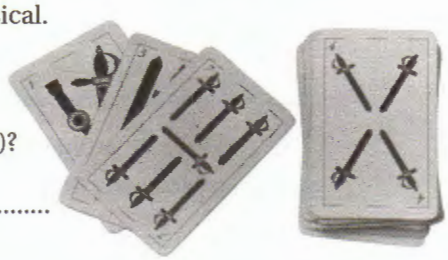
Casos favorables: todos los grupos de 3 CD de rock que se pueden seleccionar entre los 7. .....

$$\text{Probabilidad (3 de rock)} = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos posibles}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad$$

b) Calculen la probabilidad de que sean todos de música tropical.

c) Calculen la probabilidad de que sean todos del mismo género musical.

21 En una mano de truco.



a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una flor (tres cartas del mismo palo)?

.....

b) ¿Cuál es la probabilidad de tener tres figuras (10, 11 o 12)?

.....

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar el as de espadas y el de bastos?

.....

22 Entre 25 alumnos de un curso, se eligen 5 por sorteo para asistir a una reunión informativa de una empresa de turismo para el viaje de egresados.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo salga elegido? .....

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga elegido con Ana? .....

c) ¿Cuál es la probabilidad de que salga elegido con Ana, pero que Luis no vaya con ellos? .....

23 En un concurso de un programa de TV se deben colocar 6 productos en 6 casilleros que tienen una etiqueta cubierta. Luego, el conductor descubre las etiquetas y procede a contar las coincidencias. Si coinciden todos los productos, el participante gana el premio mayor; si logra 4 coincidencias, el segundo premio. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio mayor?

24 Se tiran dos dados. ¿Qué es más probable: que las caras sumen más que 7 o menos que 7 ? Justifiquen la respuesta.

25 En una fuente hay una docena de empanadas de queso. Tres de ellas perdieron el relleno durante la cocción.

a) Fernando elige 1 al azar. Calculen la probabilidad de que no tenga queso.

b) Silvina elige 3 al azar. Calculen la probabilidad de que ninguna tenga queso.

c) Calculen la probabilidad de que entre las 5 primeras que se seleccionan de la fuente no se encuentre ninguna sin queso.

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

26 La mercadería que llega a un depósito sólo puede venir de la fábrica A o de la B. Indiquen cuál o cuáles de las siguientes asignaciones de probabilidad pueden ser posibles.

a) $P(A) = 0{,}2$ y $P(B) = 0{,}7$ b) $P(A) = 0{,}2$ y $P(B) = 0{,}8$ c) $P(A) = 0{,}2$ y $P(B) = 0{,}9$

27 Las botellas de gaseosa que pasan por el control de calidad de una fábrica tienen por lo general dos tipos de fallas: el 15% contiene menos cantidad de lo aceptable, el 10% tiene problemas con la tapa y el 2% presenta las dos fallas. Las botellas que presentan alguna de estas fallas se descartan y no se venden.

a) Calculen la probabilidad de que una botella elegida al azar no pase la prueba.

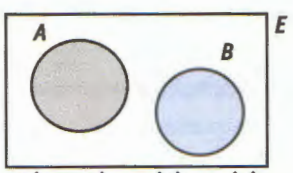
.....

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una botella elegida al azar tenga sólo una de las dos fallas?

.....

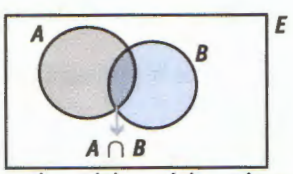
Para leer y recordar

- Para todo espacio muestral se verifica lo siguiente:
- $P(E) = 1$
- $P(A) \geq 0$ (A es un suceso)
- Si A y B son sucesos *mutuamente excluyentes* (no pueden ocurrir simultáneamente), la probabilidad de que ocurra alguno de ellos, que simbolizamos $P(A \cup B)$, se calcula mediante la siguiente fórmula: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

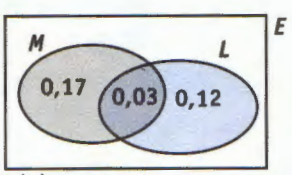
- Si A y B son dos sucesos cualesquiera, la probabilidad de que ocurra alguno de ellos se calcula mediante la siguiente fórmula: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, donde $P(A \cap B)$ representa la probabilidad de que ocurran A y B simultáneamente.



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Ejemplo:

En un grupo de alumnos, el 20% debe rendir Matemática y el 15%, Lengua. Un 3% debe rendir las dos asignaturas. Se elige un integrante por sorteo.



- Para calcular la probabilidad de que deba rendir alguna de las asignaturas calculamos:

$P(M) = 0{,}17 + 0{,}03 = 0{,}20$

$P(L) = 0{,}12 + 0{,}03 = 0{,}15$

$P(M \cup L) = P(M) + P(L) - P(M \cap L)$

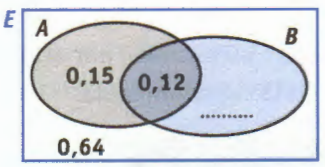
$= 0{,}20 + 0{,}15 - 0{,}03 = 0{,}32$

- Para calcular la probabilidad de que deba rendir sólo una de las dos asignaturas, calculamos la probabilidad de que deba rendir alguna y le restamos la probabilidad de que deba rendir las dos asignaturas:

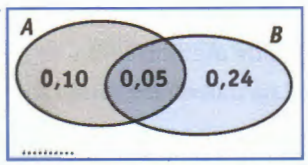
$$P(\text{sólo una}) = P(M \cup L) - P(M \cap L) = 0{,}32 - 0{,}03 = 0{,}29$$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

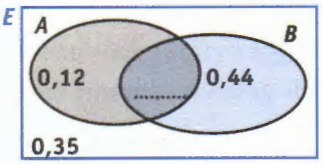
28 Completen las líneas de puntos. Tengan en cuenta que $P(E) = 1$.

a) 

$P(B) =$ .....

b) 

$P(A \cup B) =$ .....

c) 

$P(A) =$ .....

29 Completen las siguientes frases:

a) En un curso, la probabilidad de aprobar Lengua es 0,9; por lo tanto, la probabilidad de no aprobar Lengua es .....

b) En una empresa, la probabilidad de lograr un ascenso durante el primer año de trabajo es 0,23; por lo tanto, la probabilidad de no lograr un ascenso durante el primer año es .....

30 Se organizó una reunión de alumnos de la escuela. El 35% de los asistentes era alumno de primaria y el 40% era varón. El 45% era mujer y de secundaria. Se eligen alumnos por sorteo para integrar comisiones de trabajo.

a) Calculen la probabilidad de que el primer alumno elegido:

I. sea de secundaria.

.....

II. sea mujer.

.....

III. sea mujer o de secundaria.

.....

IV. sea varón y de secundaria.

.....

V. sea varón y de primaria.

.....

VI. no sea varón ni de secundaria.

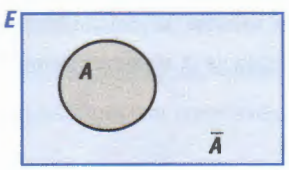
.....

b) Si M = {mujer}, V = {varón}, Pm = {primaria} y Se = {secundaria}, marquen los pares de sucesos que son mutuamente excluyentes.

I. M y Pm.
II. M y V.
III. M ∪ Pm y V ∪ Pm.
IV. M ∩ Pm y V ∩ Pm.
V. V ∪ Pm y M ∪ Se.
VI. $\overline{V}$ ∪ Se y M ∪ $\overline{Se}$.

31 En una librería, el 30% de los volúmenes es de ficción y el 80% del total de los libros está editado en rústica. Además, el 10% de los volúmenes es de ficción y no está editado en rústica. Una señora entra en la librería y pregunta por un libro en el mostrador. Calculen la probabilidad de que no sea de ficción y esté editado en rústica.

Para leer y recordar



El suceso $\overline{A}$, que se llama *complemento del suceso* A, es el suceso que ocurre cuando no ocurre el suceso *A*.

Ejemplo:

A = {fallado} ⇒ $\overline{A}$ = {no fallado}

Se verifica lo siguiente:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Probabilidad condicional

32 En una encuesta sobre hábitos de alimentación, se consultó, entre otras cosas, por el consumo de gaseosas durante las comidas. Los datos obtenidos se volcaron en la siguiente tabla.

	No toma gaseosa	Toma gaseosa común	Toma gaseosa dietética
Mayor de 21 años	40	10	26
Menor de 21 años	5	40	55

a) Calculen la probabilidad de que una persona elegida al azar no tome gaseosa en las comidas.

b) Calculen la probabilidad de que una persona elegida al azar sea menor de 21 años.

c) Calculen la probabilidad de que si se elige una persona al azar entre los mayores de 21 años, no tome gaseosa.

d) Calculen la probabilidad de que si se elige una persona al azar entre los que toman gaseosa común, sea menor de 21 años.

e) Calculen la probabilidad de que si se elige una persona al azar, tome gaseosa dietética y sea menor de 21 años.

33 En un negocio de venta de electrodomésticos, el 40% del stock lo constituyen televisores. Entre los televisores, sólo el 10% es de más de 29 pulgadas. Se elige un electrodoméstico al azar por número de artículo. Calculen las siguientes probabilidades:

a) Que sea un televisor de más de 29 pulgadas .....

b) Que no sea un televisor de más de 29 pulgadas .....

c) Que sea un televisor de 29 pulgadas o menos .....

34 En la casa de Mariana, el 20% de las llamadas telefónicas es a teléfonos celulares; entre ellas, el 80% es al celular de Pablo. Calculen la probabilidad de que la próxima llamada que se haga sea al teléfono celular de Pablo.

Para leer y recordar

- **Cuando calculamos probabilidades considerando sólo una parte del espacio muestral, decimos que estamos calculando una *probabilidad condicional*.**
- **La probabilidad de que ocurra un suceso A habiendo ocurrido el suceso B se simboliza $P(A/B)$ y se calcula mediante esta fórmula:**

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{con } P(B) \neq 0)$$

A partir de esta fórmula se puede deducir que $P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$.

Ejemplo:

Si el 60% de las personas de un grupo son mujeres, y entre ellas el 20% juega al voleibol, la probabilidad de que, si se elige del grupo una persona al azar, juegue voleibol y sea mujer se calcula de la siguiente manera:

$$P(V \cap M) = P(V/M) \cdot P(M) = 0{,}20 \cdot 0{,}60 = 0{,}12$$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Independencia entre sucesos

35 Mariano es un experto jugador de dardos y hace centro el 90% de las veces. Juega en equipo con Julio, no tan experto, que hace centro el 45% de las veces.

a) Si arrojan un tiro cada uno, ¿cuál es la probabilidad de que ambos hagan centro?

b) ¿Y de que alguno haga centro?

c) Si Mariano arroja dos tiros seguidos, ¿cuál es la probabilidad de que haga centro las dos veces?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que uno haga centro y el otro no? (Consideren que acierta Mariano y no Julio, o que acierta Julio y no Mariano).

36 Se colocan en una caja 10 fichas con los números del 1 al 10.

a) Si se extraen al azar una tras otra dos fichas sin reponer, calculen las siguientes probabilidades:

I. La segunda es par sabiendo que la primera es impar.

II. La segunda es par y la primera es par.

III. Una es par y la otra es impar.

b) Calculen las mismas probabilidades considerando que las extracciones se hacen con reposición.

37 En un supermercado, el 90% de los clientes compra comestibles, el 70% compra artículos de tocador y limpieza, y el 20% compra electrodomésticos. Calculen la probabilidad de que el próximo cliente que pase por una caja compre:

a) los tres tipos de artículos.

b) ninguno de los tres tipos de artículos.

c) alguno de los tres tipos de artículos.

d) solamente uno de los tres tipos de artículos.

Para leer y recordar

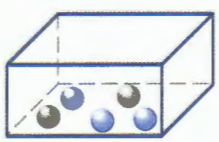
- **Dos sucesos son *independientes* cuando la ocurrencia de uno no modifica la probabilidad de la ocurrencia del otro.**

  Es decir, dos sucesos A y B son independientes cuando se verifica que $P(A/B) = P(A)$ y, por lo tanto, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Ejemplo:

De la caja de la figura vamos a sacar, sin mirar, dos bolitas, una tras otra, de dos maneras distintas.

	Sin reponer la bolita	Reponiendo la bolita
Primera extracción	$P(\text{color}) = \frac{3}{5}$	$P(\text{color}) = \frac{3}{5}$
Segunda extracción	$P(\text{color}) = \frac{1}{2}$ si en la primera salió color $P(\text{color}) = \frac{3}{4}$ si en la primera salió blanca	$P(\text{color}) = \frac{3}{5}$



- **Cuando realizamos extracciones con reposición, las observaciones son independientes; pero cuando las realizamos sin reposición, las observaciones no son independientes.**

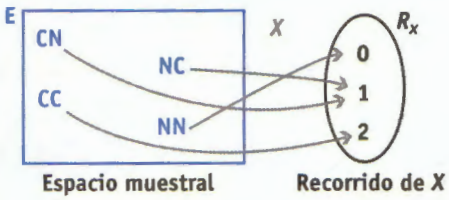
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Variable aleatoria

Para leer y recordar

- Si realizamos un experimento aleatorio, asociamos a él un espacio muestral *E*.
  Una *variable aleatoria* es una función que le asigna a cada elemento del espacio muestral un número real.

Ejemplo:
Se arrojan dos monedas. El espacio muestral asociado al experimento es $E = \{CC, NN, CN, NC\}$ (C representa cara y N representa ceca).
En el gráfico se muestra la correspondencia establecida en la variable aleatoria X = "Cantidad de caras que salen".



Espacio muestral — Recorrido de X

- Cuando los valores posibles de la variable se pueden enumerar, se dice que la variable es *discreta*. Cuando los valores son números reales, se dice que la variable es *continua*.

Variable aleatoria discreta

- Cada variable aleatoria discreta tiene asociada una *función de probabilidad*, que asigna a cada valor x del recorrido un valor $p(x)$ de probabilidad. Este valor se calcula según $P(X = x)$.

Ejemplo:
En el experimento de arrojar dos monedas asignamos probabilidades de la siguiente manera:

x_i (valor de la variable)	0	1	2
Resultados de E asociados a x_i	NN	NC; CN	CC
$p(x_i)$ probabilidad de que la variable tome el valor x_i	$p(0) = P(NN) = \frac{1}{4}$	$p(1) = P(NC) + P(CN) = \frac{1}{2}$	$p(2) = P(CC) = \frac{1}{4}$

En la tabla $p(2) = \underbrace{P(X = 2)}_{\text{Probabilidad de que la variable } X \text{ tome el valor 2}} = \frac{1}{4}$

- Si $p(x)$ es función de probabilidad, entonces $\begin{cases} p(x_i) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1 \end{cases}$

38 Se determina el siguiente experimento aleatorio: "Se encuesta a familias con tres hijos y se registra si estos son varones o mujeres".

a) Completen el espacio muestral E = {VVV; VVM; VMV; MVV; .....}

b) Definimos la variable X = Cantidad de hijos varones. Escriban los valores posibles que la variable asigna a los elementos del espacio muestral. .....

c) Si suponemos que el nacimiento de un varón o una mujer tiene la misma probabilidad, completen la tabla de la función de probabilidad de la variable aleatoria.

x	0			
$p(x)$	$\frac{1}{8}$			

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

39 Se elige al azar un número natural del 1 al 9. Se define la variable "cantidad de divisores naturales del número seleccionado". Construyan la tabla de la función de probabilidad para la variable.

40 Marquen aquellas asignaciones que corresponden a funciones de probabilidad. En los casos que no lo sean justifiquen por qué.

a)

x	1	2	3	4
$p(x)$	0,25	0,125	0,50	0,375

b)

x	1	2	3	4
$p(x)$	0,15	0,25	0,375	0,125

c)

x	1	2	3	4
$p(x)$	0,75	0,36	−0,4	0,29

d)

x	1	2	3	4
$p(x)$	0,35	0,35	0,20	0,10

41 La función de probabilidad de la tabla representa la cantidad de veces por día que tienen que parar una máquina por desperfectos técnicos.

x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0,35	0,28	0,17	0,09	0,08	0,03

a) Indiquen la probabilidad de que la máquina trabaje un día completo sin detenerse.

b) Calculen la probabilidad de que la máquina deba ser detenida al menos dos veces.

Para leer y recordar

Media, varianza y desvío estándar de una variable aleatoria discreta

En las variables aleatorias, podemos calcular también la media, la varianza y el desvío. Esto nos permite resumir la distribución en medidas que indican la centralización y la dispersión de los datos, y sus probabilidades.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i) \qquad V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2, \text{ siendo } E(X^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p(x_i) \qquad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Ejemplo:

x	0	1	2	3
$p(x)$	0,39	0,34	0,15	0,12

La tabla corresponde a la variable aleatoria "Cantidad de copas falladas en una caja de 3 unidades".

$E(X) = 0 \cdot 0{,}39 + 1 \cdot 0{,}34 + 2 \cdot 0{,}15 + 3 \cdot 0{,}12 = 1$.

Esto significa que si tomáramos un grupo muy grande de cajas, esperaríamos encontrar un promedio de una copa fallada por caja.

Para calcular la varianza debemos calcular primero $E(X^2) = 0^2 \cdot 0{,}39 + 1^2 \cdot 0{,}34 + 2^2 \cdot 0{,}15 + 3^2 \cdot 0{,}12 = 2{,}02$.

Entonces: $V(X) = 2{,}02 - 1^2 = 1{,}02$.

El *desvío estándar* se relaciona con todos los valores que toma la variable y sus probabilidades, y lo calculamos como $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \cong 1$.

Si el desvío estándar fuera 0 o un número muy cercano al 0, podríamos interpretar que es muy probable que si elegimos una caja al azar encontremos una copa fallada. Como en este caso es mayor, interpretamos que los valores de probabilidad de la variable se dispersan en los otros valores.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

42 En un juego de apuestas, la *ganancia esperada* representa la cantidad de dinero que, en promedio, gana (o pierde) un jugador si participa del juego una cantidad muy grande de veces. A partir del ejemplo resuelto en **a)** calculen la ganancia esperada en el caso **b)**.

a) Apostar a un número en la ruleta.

Para calcular la ganancia esperada, construimos la función de probabilidad de la ganancia y luego calculamos el valor esperado con los valores de la tabla.

gano si sale mi número ↓ | pierdo ↓

x (ganancia)	35	−1
$p(x)$	$\frac{1}{37}$	$\frac{36}{37}$

$E(X) = 35 \cdot \frac{1}{37} + (-1) \cdot \frac{36}{37} = -\frac{1}{37}$, o sea que, en promedio, se pierde $\$\frac{1}{37}$ por cada peso que se apuesta.

b) Jugar un billete de lotería de $10 que tiene 5 cifras y paga $600 000 al ganador (supongan que no hay otros premios).

43 Un promotor de un plan de salud vende diariamente una cantidad de planes que puede describirse con la siguiente función de probabilidades:

x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0,30	0,36	0,19	0,12	0,02	0,01

a) Calculen el valor esperado y el desvío estándar de la cantidad de planes que vende por día.

b) Si cobra una comisión de $20 por cada plan que vende, calculen la ganancia diaria esperada y su desvío estándar.

c) Para solicitar un crédito en un banco le exigen ingresos mensuales superiores a $950. Si cobra además un sueldo fijo de $500, ¿le alcanzan sus ingresos promedio para acceder al crédito?

44 Cuando contratamos un seguro pagamos una cuota o cantidad de dinero que se puede descomponer en dos partes: una, lo que se llama la prima del seguro, y otra, los costos y utilidades de la compañía. La prima del seguro es un monto que se estipula de forma tal que la ganancia producida por la póliza debe ser igual a la pérdida producida, o bien, de otro modo, la ganancia esperada de la compañía por la venta de la póliza, si sólo cobrara la prima, es 0.

Renata asegura su computadora contra robo por un monto de $2000. La compañía estipula que la probabilidad de que le roben la computadora en un período de un año es 0,03. Calculen el valor de la prima del seguro.

45 Para participar en algunos concursos televisivos, se debe llamar por teléfono a un número que debita de la factura telefónica el precio de una jugada. Luego, mediante un sorteo entre los concursantes, se llama de a uno por teléfono y participan en una prueba. Si ganan, se llevan un premio importante.

María participa en un programa en el que paga $3 y, en caso de ser elegida, debe acertar, de un panel con 20 casillas, dónde están 3 marcas de productos. En caso de acertar, gana un premio de $500 000. Calculen la ganancia esperada de María, si se estima que llamaron para participar en total 700 000 personas.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Distribución binomial

46 Fernando y Carlos llegaron a la final de un concurso de preguntas y respuestas. Además del premio final, concursan por un DVD cada uno de la marca que auspicia el programa, haciendo girar una ruleta como la de la figura.

a) Completen la tabla de probabilidades. La variable aleatoria X representa la "cantidad de personas que ganan el premio".

x	No gana ninguno 0	Gana uno solo 1	Ganan los dos 2
Resultados posibles	$\bar{C} \cap \bar{F}$		$F \cap C$
$p(x)$	$0{,}7^2 = 0{,}49$	$0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}42$	

b) Completen la tabla para el mismo concurso pero con tres finalistas (A, B y C).

x	0	1	2	3
Resultados posibles				
$p(x)$				

Para leer y recordar

- Un *experimento binomial* tiene las siguientes características:
- Se realizan n repeticiones independientes de un experimento aleatorio.
- Se observa si ocurre o no un suceso.
- La probabilidad del suceso es constante en todas las repeticiones.
- Se estudia la variable X "cantidad de veces que ocurre el suceso en las n repeticiones".

- La función de probabilidad de la variable X es $p(x) = C_{n;x} \cdot p^x (1 - p)^{n-x}$

Ejemplo:

Los casos del ejercicio anterior corresponden a un experimento binomial.

Se repite 2 veces un experimento aleatorio (girar una ruleta). Las repeticiones son independientes, porque la probabilidad de que salga DVD en la segunda oportunidad no depende de la primera. Se observa si sale DVD o no. La probabilidad de ganar el DVD es la misma (0,3) en todas las repeticiones. Estamos interesados en la cantidad de ganadores de DVD. La probabilidad de que haya sólo un ganador también puede ser calculada mediante esta fórmula:

$p(1) = C_{2;1} \cdot 0{,}3^1 \cdot 0{,}7^1 = 0{,}42$

47 Comprueben, utilizando la fórmula, los valores obtenidos en **b)** del ejercicio anterior.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

48 Mariano se presentó a elecciones para intendente y ganó con el 65% de los votos. Al día siguiente se tomaron al azar 5 votantes. Completen los siguientes desarrollos:

a) La probabilidad de que exactamente 2 de ellos hayan votado a Mariano se calcula así:

$p(2) = C_{5;2} \cdot 0{,}65^{\cdots\cdots} \cdot$ .... = ...

b) Para calcular la probabilidad de que a lo sumo 2 personas lo hayan votado, nos conviene construir una lista con las posibilidades.

0 1 2 3 4 5

A lo sumo dos

Si lo votaron a lo sumo 2, interpretamos que fueron 2 o menos, es decir:

P(a lo sumo 2) = $p(0) + p(1) + p(2)$ = ...

c) Para calcular la probabilidad de que al menos 2 personas lo hayan votado, también nos conviene construir la lista con las posibilidades. Si lo votaron al menos 2, significa que fueron 2 o más, es decir:

0 1 2 3 4 5

Al menos dos

P(al menos 2) = $p(2) + p(3) + p(4) + p(5)$ = ...

49 Pablo es gerente de producción de una fábrica. Sabe que el 5% de los bulones que produce tiene una falla en la rosca, que los hace inútiles.

a) Si toma 10 bulones, calculen la probabilidad de que encuentre al menos 1 fallado.

b) Si toma 8, calculen la probabilidad de que encuentre a lo sumo 2 fallados.

c) Si toma 4, calculen la probabilidad de que ninguno esté fallado.

50 En una fábrica de caramelos de gelatina, envasan los caramelos en paquetes de a 15. Si el 30% de los caramelos que se fabrican es de limón y se envasan mezclados, calculen la probabilidad de que en un paquete se encuentren al menos 3 caramelos de limón.

51 En un bolillero se tienen los números del 1 al 9. Se extraen, con reposición, 5 bolillas y se anota el número de 5 cifras. Calculen las siguientes probabilidades referidas al número de 5 cifras que queda formado.

a) Que tenga exactamente 2 cifras pares.

b) Que tenga a lo sumo 4 cifras impares.

c) Que tenga al menos 2 cifras mayores que 4.

d) Que no tenga ningún 9.

52 En un videoclub, el 25% de las películas que se alquilan es de terror. Calculen cuántas deberán pasar por la caja para que la probabilidad de que al menos una de ellas sea de terror supere el 90%.

Para observar

En el cálculo de probabilidades, utilizando la distribución binomial, podemos simplificar los cálculos teniendo en cuenta que $1 = p(0) + p(1) + \ldots + p(n)$.
Entonces, por ejemplo: P(al menos tres) $= p(3) + p(4) + \ldots + p(n) = 1 - [p(0) + p(1) + p(2)]$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Muestreo de aceptación de lotes

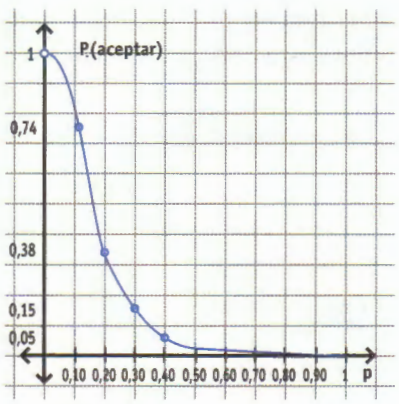
Uno de los problemas de las empresas productoras de bienes es el control de la calidad de los productos que compran. Muchos aspectos de la calidad de los productos (cajas completas, envases de vidrio sin roturas) pueden ser observados en la totalidad de los lotes, pero en otros aspectos (acidez de un producto envasado, duración de un componente electrónico) la observación inutiliza el artículo y no se lo puede devolver al circuito de producción.

Para optimizar la relación entre la cantidad de elementos que se controlan y la probabilidad de aceptar todo el lote que se compró, se utiliza una técnica llamada *muestreo de aceptación de lotes* que consiste en tomar una muestra y decidir si se acepta o no todo el lote sobre la base de lo observado. En este método debemos definir dos elementos: la *cantidad de elementos por observar (n)* y la *cantidad de elementos fallados (f)* que estamos dispuestos a aceptar en la muestra.

Por ejemplo, podemos tomar una muestra de 10 elementos y aceptar el lote si encontramos a lo sumo 1 fallado $(n = 10; f \leq 1)$. Si el lote que se compra es lo suficientemente grande, se pueden considerar las observaciones independientes y utilizar la distribución binomial para calcular las probabilidades de tomar una decisión correcta.

En nuestro ejemplo: $P(\text{aceptar el lote}) = P(\text{a lo sumo 1 fallado}) = p(0) + p(1) = C_{10;0} \cdot p^0 (1-p)^{10} + C_{10;1} \cdot p^1 (1-p)^9$.

La probabilidad de tomar una decisión acertada depende de p, que es la proporción de elementos fallados en el total del lote. Para cada valor posible de p, existe un valor de probabilidad de aceptar el lote. Dando valores a p podemos construir una función, que se llama *función característica del muestreo*, mediante una tabla o una planilla de cálculo. La tabla que sigue corresponde al muestreo propuesto (elegir 10 y aceptar si en la muestra hay a lo sumo 1 defectuoso).



p	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
P(aceptar)	0,74	0,38	0,15	0,05	0,05	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00

De la tabla se puede interpretar que si un lote viene con un 10% de elementos defectuosos, lo aceptaríamos con una probabilidad de 0,74 y si viene con un 90% de elementos defectuosos no lo aceptaríamos. Con estos datos construimos la *curva característica* del muestreo.

53 Construyan una tabla y una curva característica para un plan que consiste en observar solamente 5 artículos y aceptar el lote si ninguno está fallado.

54 Superpongan las dos curvas características y analicen, desde el punto de vista del que envía la mercadería, cuál de los dos planes le resulta más conveniente.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Sobre la teoría de la ruina de los jugadores

Muchas novelas y películas nos relatan historias de jugadores que terminan sus días en la ruina. Ellos siempre persiguen una gloria que es quedarse con todo el dinero de la banca. Juegan hasta las últimas consecuencias y no se retiran a la espera de ese momento de gloria.
Existe una explicación matemática del porqué de la ruina de los jugadores y se basa en la siguiente hipótesis.
Dos jugadores, M y N, cada uno de ellos con un capital m y n respectivamente, juegan un juego de azar hasta que alguno de los dos arruine al otro, es decir, hasta que uno se quede con todo el dinero de su oponente.
Simbolizamos con p la probabilidad de que M arruine a N; entonces, la probabilidad de que N arruine a M es $1 - p$.
Calculemos la ganancia esperada de cada jugador:

$E(M) = n \cdot p$

- n: monto de N
- p: probabilidad de arruinar a N

$E(N) = m(1 - p)$

- m: monto de M
- $(1 - p)$: probabilidad de arruinar a M

Si están jugando un juego equitativo, la ganancia esperada del juego debe ser la misma para los dos. O sea que $\longrightarrow$ $n \cdot p = m(1 - p)$

Despejemos p, que es la probabilidad de que M arruine a N. $\longrightarrow$

$$np = m - mp$$
$$np - mp = m$$
$$p(n - m) = m$$
$$p = \frac{m}{n - m}$$

55 Supongan que M tiene un capital escaso (finito) y juega contra N, un casino que tiene un gran capital (infinito).

a) Estimen la probabilidad de que M arruine a N.

.....

b) Estimen la probabilidad de que N arruine a M.

.....

c) ¿Qué conclusiones pueden obtener de esta demostración?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

56 En una heladería venden 20 gustos distintos de helado. ¿De cuántas formas diferentes se puede pedir un vasito de tres gustos?

57 De cuántas formas diferentes pueden otorgar 3 premios distintos a 3 de 10 personas? ¿En cuántas de ellas Carlos recibe el primer premio?

58 Pablo tiene 6 pares de zapatillas distintos y los guarda desordenados en el piso del placard. Elige 2 zapatillas a oscuras.

a) ¿De cuántas formas distintas puede seleccionar una derecha y otra izquierda pero de distinto par?

b) ¿De cuántas formas distintas puede seleccionar dos del mismo pie?

59 La siguiente distribución de probabilidad corresponde a la variable aleatoria "cantidad de empleados ausentes por día" en una empresa.

x	$p(x)$
0	$k(k + 0{,}25)$
1	$-0{,}5k + 0{,}5$
2	$-0{,}25k + 0{,}1$
3	0,2125

a) Hallen k.

b) Calculen la probabilidad de que en un día falten exactamente 2 empleados.

c) Calculen la probabilidad de que un cierto día falte algún empleado.

d) Hallen el valor esperado y el desvío estándar de la cantidad de empleados ausentes por día.

60 En la caja de un supermercado venden casetes vírgenes. Por la proximidad con una heladera que irradia calor, el 25% de los casetes está fallado. Si Pedro compra 10 casetes, calculen la probabilidad de que encuentre al menos 2 fallados.

61 En un grupo de 13 asistentes a un recital a beneficio, 5 prefieren rock y 8, música tropical. Se eligen 3 asistentes al azar. Construyan la función de probabilidad de la cantidad de personas, entre las 3 elegidas, que prefieren rock.

62 Una empresa que produce jabones para lavar la ropa sabe que el 20% de los que compran sus productos elige el jabón Mascolor. Calculen la probabilidad de que entre los próximos 5 compradores de un supermercado que compran productos de esta empresa, ninguno elija el jabón Mascolor.

63 En una agencia de autos, el 15% de las ventas son camionetas con aire acondicionado. Si el 25% de las unidades que se venden son camionetas, calculen la probabilidad de que, si se realiza la venta de una camioneta, esta tenga aire acondicionado.

64 Una concesionaria de automóviles tiene dos puntos de venta. En la primera sucursal tiene 6 autos del modelo XMR *full*, entre los cuales 2 tienen algunos accesorios fallados. En la otra sucursal tienen también 6 autos del mismo modelo, pero entre ellos hay 3 con el mismo tipo de fallas. Una empresa importante le encarga 6 automóviles. Si la selección la realizan al azar, calculen la probabilidad de que envíen todos los autos sin fallas si toman 3 de cada sucursal.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

Marquen la opción correcta.

1 Un examen consta de dos partes. La primera parte la aprueba el 70% de los alumnos y la segunda, el 80%. Si el 90% de los que aprueban la primera parte aprueba también la segunda, entonces, el porcentaje de alumnos que no aprueba ningún examen es

- ☐ a) 63%
- ☐ b) 17%
- ☐ c) 13%
- ☐ d) 7%

2 Se colocan 8 caramelos de menta y 7 de limón en un frasco. Si se sacan 2 al azar, la fórmula $\frac{C_{8;2} \cdot C_{7;0} + C_{8;1} \cdot C_{7;1}}{C_{15;2}}$ permite calcular la probabilidad de

- ☐ a) sacar al menos uno de limón.
- ☐ b) sacar al menos uno de menta.
- ☐ c) sacar a lo sumo uno de menta.
- ☐ d) ninguna de las anteriores.

3 Si $P(A) = 0{,}8$ y $P(B) = 0{,}7$

- ☐ a) A y B pueden ser mutuamente excluyentes.
- ☐ b) $P(A \cap B) > 0{,}5$
- ☐ c) $P(A \cup B) > 1$
- ☐ d) $P(A \cup B) < 0{,}8$

4 Se toman al azar 5 piezas de un lote muy grande que tiene un 20% de elementos defectuosos. Entonces, la probabilidad de encontrar al menos una pieza defectuosa es

- ☐ a) 0,32
- ☐ b) 0,67
- ☐ c) 0,41
- ☐ d) 0,73

5 Se tira diez veces un dado de diez caras y se anotan los resultados. Entonces, el valor 0,736 corresponde a la probabilidad de que el número 4 salga

- ☐ a) al menos una vez.
- ☐ b) a lo sumo una vez.
- ☐ c) menos de una vez.
- ☐ d) exactamente una vez.

6 Seis personas se ubican para una foto. Hay 72 formas posibles de ubicarse:

- ☐ a) 3 parados y 3 sentados.
- ☐ b) los 6 en fila.
- ☐ c) 2 en los extremos y el resto en el centro.
- ☐ d) 2 en el centro y el resto en cualquier posición.

7 Con los vértices de un octógono convexo se pueden formar

- ☐ a) 1680 cuadriláteros distintos.
- ☐ b) 56 triángulos distintos.
- ☐ c) 336 triángulos distintos.
- ☐ d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

8 La tabla que sigue corresponde a una función de probabilidad de una variable aleatoria discreta.

x	0	1	2	3
$p(x)$	k^2	$\frac{1}{8}$	k	$\frac{1}{8}$

- ☐ a) $k = 0{,}5$
- ☐ b) $k = 0{,}5$ ó $k = 1{,}5$
- ☐ c) $k = 1{,}5$
- ☐ d) No es posible hallar k.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

En una mueblería se venden cuatro tipos de sillones que se compran en cuatro talleres distintos, A, B, C y D. Para ahorrar en fletes, se los transporta de a 24 sillones. Como un domingo vendieron toda la producción que tenían en el local, durante la semana siguiente fueron retirando mercadería de los talleres de modo de tener stock para el fin de semana. El lunes recibieron la producción de un día del taller B y de dos días de los otros tres talleres. El martes, la producción de tres días del taller A y del C. El miércoles, la producción de un día de los talleres A y C, de tres días del B y de dos días de D. El jueves la producción de cuatro días del taller C, y de dos días de los talleres B y D.

1 ¿Cuánto produce diariamente cada taller?

.....

2 Si entre el lunes y el jueves no vendieron ningún sillón, ¿cuántos sillones de cada tipo tienen el viernes por la mañana?

.....

3 El viernes vendieron un sillón del taller A, uno del C y uno del D. El sábado vendieron un sillón del B y uno del C, y el domingo, dos sillones de cada taller. Planteen un producto de matrices que les permita calcular la recaudación de cada uno de los días.

.....

.....

4 ¿Cuál fue la recaudación de cada uno de esos tres días?

.....

5 El empleado encargado de la vidriera coloca en ella tres sillones al azar el viernes por la mañana. ¿Cuál es la probabilidad de que elija un sillón del taller A? ¿Cuál es la probabilidad de que elija uno del B, uno del C y uno del D?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

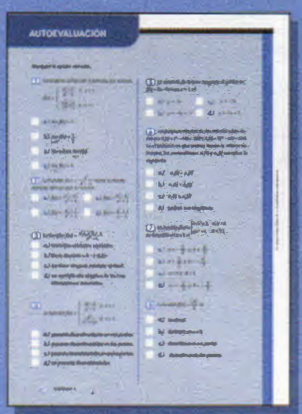
Cómo son estos cuadernillos

Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

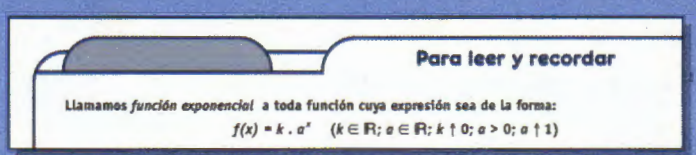
En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.

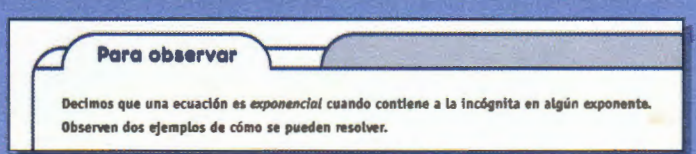


Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.

Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 4 y 6, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).



Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

12 — Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE